

ABOUT ADDENDA TO CALCULATION METHOD OF THE ORBITS EAS ON THEIR POSITION AND VELOCITIES О ДОПОЛНЕНИИ К МЕТОДУ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОРБИТ ИСЗ ПО ПОЛОЖЕНИЮ И СКОРОСТИ

Paltsev N.G.

Astronomical Observatory, Odessa National University
T.G.Shevchenko Park, Odessa 65014 Ukraine, *astro@paco.odessa.ua*

ABSTRACT. On base of the analysis of the motion EAS and algorithm of the calculation of their orbits and ephemerides motion EAS in space is presented by amount two main motions: motion EAS in planes of the orbit and motion to planes of the orbit. Such presentation of the motion EAS most corresponds to the classical calculation method of their orbits on position and velocities. Whereas, measured velocity EAS garbled indignations of the node, slopping and average anomaly, to method once-is worked addition, allowing take into account the influence of these indignations on motion EAS and, hereunder, more correct to calculate the elements of their orbits. Cite an instance calculation of the orbits certain-torah EAS and comparisons result calculations, confirming a finding made by author.

Key words: Earth's artificial satellite (EAS), ephemerides calculation, orbits calculation.

Как известно из небесной механики, невозмущенное движение ИСЗ происходит в ньютоновском поле тяготения шарообразной Земли по эллиптической орбите, лежащей в плоскости, проходящей через центр Земли (Дубошин, 1971). Невозмущенные орбиты являются плоскими и характеризуются системой элементов a , e , i , Ω , ω и M_0 . Первые пять из них – константы, характеризующие размеры, формы и ориентации плоскостей орбит в пространстве, величины M_0 – характеризуют положения каждого ИСЗ на орбите в моменты t_0 , т.е. меняются со временем. Невозмущенное движение ИСЗ является финитным.

В действительности, из-за действия разного рода сил, движение ИСЗ является возмущенным и инфинитным. Орбиты возмущенного движения ИСЗ характеризуются такой же системой элементов a , e , i , Ω и ω , которые в отличие от невозмущенного движения не являются константами, а изменяются со временем (Дубошин, 1971). Из этого следует, что

возмущения элементов a , e , M_0 , ω не меняют явно положения плоскости орбиты и не выводят движения ИСЗ из нее, тогда как возмущения элементов i и, в особенности, Ω приводят к тому, что траектории движения ИСЗ в пространстве перестают быть плоскими кривыми.

В связи с этим возмущенное движение каждого ИСЗ можно рассматривать как сумму (свертку) нескольких видов движений (см. рис. 1), из которых наиболее очевидны:

- движение ИСЗ, происходящее в плоскости орбиты (плоское орбитальное движение);
- движение плоскости орбиты (вращательное и колебательное).

Из представляемого таким образом возмущенного движения ИСЗ следует, что:

- плоскость орбиты ИСЗ является мгновенной и в каждый момент времени она содержит только лишь одно положение ИСЗ и вектор его орбитальной скорости \vec{V}_0 ;
- скорость движения ИСЗ в околоземном пространстве \vec{V}_a равна сумме скорости его плоского орбитального движения \vec{V}_0 и скорости движения плоскости орбиты \vec{V}_Ω , вызываемого возмущениями узла Ω и наклона i орбиты;
- орбитальное движение ИСЗ не зависит от движения плоскости орбиты, которое является функцией параметров орбитального движения ИСЗ и действующих на ИСЗ возмущающих сил, которые только лишь искажают плоское движение ИСЗ.

Из рис. 1 также видно, что плоские мгновенные орбиты ИСЗ заметно отличаются от орбиты того же ИСЗ, вычисляемой по его наблюдаемым положениям с помощью классических методов. Так как движение ИСЗ не является плоским, то проведение плоскости через центр Земли и точки наблюдаемой траектории движения ИСЗ невозможно. Поэтому плоскость определяемой оскулирующей орбиты не будет совпадать ни с одной из плоскостей мгновенных орбит, а элементы оскулирующей орбиты a , e ,

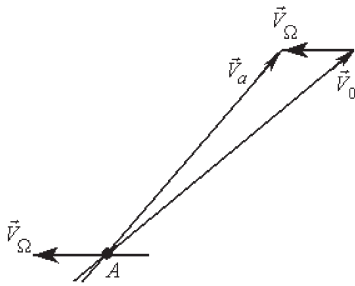


Рис. 1:

ω и M_0 , i и Ω , не будут совпадать с элементами реальных мгновенных орбит a_k , e_k , ω_k и M_{0k} , i_k и Ω_k , соответствующих моментам t_k .

Проведенное автором исследование классических методов вычисления орбит ИСЗ показало, что они очень чувствительны к неточности исходных данных (в том числе и к изменениям условий наблюдения). Так, например, эти методы не могут быть полезными при использовании данных, имеющих точность $2 \div 3$ минуты дуги. Следовательно, с помощью классических методов получение точных элементов орбит невозможно, а значит, эти методы не могут удовлетворять постоянно растущим требованиям задач контроля космического пространства к повышению точности и надежности вычислений орбит ИСЗ. Это говорит о необходимости создания нового надежного алгоритма определения орбит ИСЗ, позволяющего вычислять более точные элементы, которые, в свою очередь, дают возможность вычислять более точные положения ИСЗ.

Представлению о движении ИСЗ в движущейся плоскости наиболее соответствует метод вычисления орбит ИСЗ по положению и скорости в момент времени t (Дубошин, 1971). Этот метод весьма надежен, хотя и требует точных исходных данных. Кроме того, он позволяет вычислять орбиту ИСЗ на короткой дуге и делать точную привязку элементов орбиты к эпохе, что делает его очень привлекательным для вычисления орбит ИСЗ.

Рассмотрим подробнее особенности метода вычисления орбиты ИСЗ по положению и скорости представляя движение ИСЗ в виде суммы нескольких движений. Исходными данными для этого метода являются геоцентрические координаты ИСЗ x y z и компоненты вектора его геоцентрической скорости \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} в некоторый момент времени t .

Вычисление орбиты начинается с определения геоцентрического расстояния ИСЗ r , его геоцентрической скорости V и интеграла энергии h :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ V &= \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \\ h &= V^2 - 2GE/r, \end{aligned} \quad (1)$$

где $GE = 398600.4418^3/c^2$ – геоцентрическая постоянная тяготения.

Знак интеграла энергии h определяет такие виды орбит:

- а) $h = 0$ – параболическая орбита;
- б) $h > 0$ – гиперболическая орбита;
- в) $h < 0$ – эллиптическая орбита.

Эллиптические орбиты характерны для планет и их спутников, астероидов и искусственных спутников Земли. В этом случае большую полуось орбиты можно вычислить как

$$a = -\frac{GE}{h} \quad \text{или} \quad a = -\frac{r}{2 - (V/V)^2},$$

где $V = \mu r^{-2}$ – скорость движения ИСЗ на круговой орбите радиуса r , а $\mu = \sqrt{GE}$.

Так как процедура вычисления элементов орбиты в классическом методе хорошо известна, то приводить ее не будем, а рассмотрим исходные данные.

Средствами локации обычно определяются топоцентрические расстояния r_t и координаты ИСЗ x_t , y_t , z_t , а также компоненты вектора его топоцентрической скорости \dot{x}_t , \dot{y}_t , \dot{z}_t . Следовательно, геоцентрические координаты ИСЗ x , y , z и компоненты вектора его геоцентрической скорости $\vec{V}_a(\dot{x}_a, \dot{y}_a, \dot{z}_a)$, могут быть вычислены как:

$$x = x_t + X, \quad y = y_t + Y, \quad z = z_t + Z, \quad (2)$$

$$\dot{x}_a = \dot{x}_t + \dot{X}, \quad \dot{y}_a = \dot{y}_t + \dot{Y}, \quad \dot{z}_a = \dot{z}_t + \dot{Z},$$

где X , Y , Z , $\dot{X} = -\omega_{\oplus} Y$, $\dot{y} = \omega_{\oplus} X$, $Z = 0$ – геоцентрические координаты и компоненты геоцентрической скорости наблюдателя; $\omega_{\oplus} = 7.2921151467 \cdot 10^{-5}$ рад/с – угловая скорость вращения Земли.

Согласно такому представлению движения ИСЗ, его геоцентрическая скорость $\vec{V}_a(\dot{x}_a, \dot{y}_a, \dot{z}_a)$, определяемая формулой (2), будет содержать компоненты скорости движения плоскости орбиты $\vec{V}_{\Omega}(V_{\Omega x}, V_{\Omega y}, V_{\Omega z})$, обусловленные возмущениями восходящего узла и наклона орбиты. Движение плоскости орбиты переносное движение, оно является функцией элементов a , e , i плоской орбиты и только лишь нарушает плоское движение ИСЗ, не оказывая на его движение в плоскости орбиты никакого влияния. Таким образом, при расчете орбит ИСЗ интеграл энергии h , определяемый формулой (1), должен вычисляться не по скорости его движения в пространстве $\vec{V}_a = \vec{V}_0 + \vec{V}_{\Omega}$, а по скорости его орбитального движения \vec{V}_0 , с учетом возмущений перигея $\dot{\omega}$ и средней аномалии M_0 .

В связи с этим к известному классическому методу определения орбит по положению и скорости предлагается дополнение, позволяющее при вычислении орбиты ИСЗ учитывать возмущения средней аномалии, узлов и наклона орбиты и, тем самым,

вычислять орбитальные элементы этих объектов, оставаясь в рамках задачи одного притягивающего центра, что более корректно.

Рассмотрим итерационный вариант алгоритма такого дополнения, в котором осуществляется учет влияния возмущений $\dot{\Omega}$ и $\dot{\omega}$, \dot{M}_0 на орбиту ИСЗ.

Как было показано выше, скорость движения ИСЗ в околоземном пространстве \vec{V}_a равна сумме скорости его движения в плоскости орбиты \vec{V}_0 и скорости движения плоскости орбиты \vec{V}_Ω , вызываемого возмущениями узла $\dot{\Omega}$ и наклона орбиты \dot{i} . Следовательно, вектор орбитальной скорости ИСЗ \vec{V}_0 и его компоненты $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ можно найти как

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_a - V_{\Omega x}, \quad \dot{y}_0 = \dot{y}_a - V_{\Omega y}, \quad \dot{z}_0 = \dot{z}_a - V_{\Omega z}. \quad (3)$$

Здесь $V_{\Omega x}, V_{\Omega y}, V_{\Omega z}$ – компоненты геоцентрической скорости вращательного движения плоскости орбиты; $V_\Omega = r \cdot \dot{\Omega}$, $V_i = r \cdot \sin u$, $\dot{\Omega}$ – угловая скорость движения узлов (угловая скорость вращения плоскости орбиты вокруг оси OZ), \dot{i} – угловая скорость изменения наклона плоскости орбиты к экватору, $p_x = x/r, p_y = y/r, p_z = z/r$ – направляющие косинусы геоцентрического радиус-вектора \vec{r} и вектора радиальной скорости V_r , $r_x = \sin \Omega \cdot \sin i$, $r_y = -\cos \Omega \cdot \sin i$, $r_z = \cos i$ – направляющие косинусы нормали орбиты, u – аргумент широты.

Следует отметить, что орбитальная геоцентрическая скорость ИСЗ \vec{V}_0 , в свою очередь, также представляет собой сумму скоростей: – скорости кеплеровского движения \vec{V}_k ; – скорости \vec{V}_M , обусловленной возмущением средней аномалии M_0 и совпадающей, при $M_0 > 0$, с направлением тангенциальной составляющей скорости \vec{V}_τ ; – скорости \vec{V}_ω , обусловленной возмущением перигея ω и направленной по геоцентрическому радиус-вектору \vec{r} , т.е.

$$\vec{V}_0 = \vec{V}_k + \vec{V}_M + \vec{V}_\omega.$$

Для вычисления кеплеровских элементов, необходимо вычислить скорость кеплеровского движения $\vec{V}_k(\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k)$. Так как $\vec{V}_k = \vec{V}_0 - \vec{V}_M - \vec{V}_\omega$, то компоненты скорости \vec{V}_k будут равны:

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= \dot{x}_0 - V_{Mx} - V_{\omega x}, \\ \dot{y}_k &= \dot{y}_0 - V_{My} - V_{\omega y}, \\ \dot{z}_k &= \dot{z}_0 - V_{Mz} - V_{\omega z}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $V_M = r \cdot \dot{M}_0 \cdot \frac{(1 + e \cos \vartheta)^2}{(1 - e^2)^{3/2}}$, $V_\omega = r \cdot \dot{\omega}$

– указанные выше скорости,
 $V_{Mx} = V_M \cdot q_x, \quad V_{My} = V_M \cdot q_y, \quad V_{Mz} = V_M \cdot q_z,$
 $V_{\omega x} = V_\omega \cdot q_x, \quad V_{\omega y} = V_\omega \cdot q_y,$
 $V_{\omega z} = V_\omega \cdot q_z,$ – компоненты скорости \vec{V}_ω ;
 $q_x = -\cos \Omega \cdot \sin u - \sin \Omega \cdot \cos u \cdot \cos i,$
 $q_y = -\sin \Omega \cdot \sin u + \cos \Omega \cdot \cos u \cdot \cos i,$
 $q_z = \cos u \cdot \sin i$ – направляющие косинусы тангенциальной скорости \vec{V}_τ .

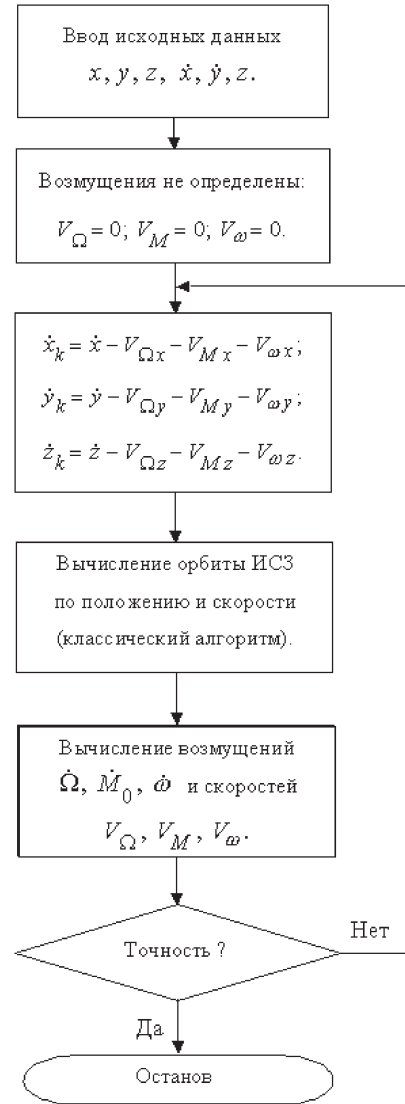


Рис. 2: Блок-схема алгоритма дополнения

Так как скорости V_Ω, V_M и V_ω изначально неизвестны, то, используя имеющиеся данные, сначала вычисляем классическую орбиту ИСЗ, положив значения этих скоростей равными нулю. Затем, для найденной орбиты вычислим значения V_Ω, V_M, V_ω , а также их компоненты, и подставим в формулы (3) и (4). Далее, положив в (1) $\dot{x} = \dot{x}_k, \dot{y} = \dot{y}_k, \dot{z} = \dot{z}_k$, методом последовательных приближений повторяем вычисление орбиты ИСЗ до достижения сходимости с заданной точностью, см. Рис. 2.

Рассмотрим несколько примеров вычисления орбит по положению и скорости ИСЗ с использованием классического метода и дополнения, алгоритм которого приведен выше. Для простоты будем считать, что $\dot{\Omega}, \dot{\omega}$ и \dot{M}_0 – вековые возмущения узла и средней аномалии первого порядка, обусловленные влиянием второй зональной гармоники геопотенци-

Таблица 1: ИСЗ Сич-1 (04052А), 04-09-1996, 00:42:32.5 ДМВ (данные КБЮ)

Исходные данные	Элементы орбиты		
	классические	с учетом $\dot{\Omega}$	с учетом $\dot{\Omega}$ и \dot{M}_0
$x = -7047.79234$, км	$a = 7034.33940$	$a = 7034.65653$	$a = 7043.54501$
$y = 100.18402$, км	$e = 0.00314687933$	$e = 0.00311812511$	$e = 0.00251714664$
$z = 0.0$, км	$i = 82.5411525501$	$i = 82.5312551571$	$i = 82.5312989258$
$\dot{x} = 0.011609414$, км/с	$\Omega = 179.1855981753$	$\Omega = 179.1855997087$	$\Omega = 179.1855981753$
$\dot{y} = -0.461447792$, км/с	$\omega = 129.9227518892$	$\omega = 129.2855377035$	$\omega = 106.3819795361$
$\dot{z} = 7.4488794$, км/с	$T_{\oplus} = 97.8576333880$	$T_{\oplus} = 97.8642509769$	$T_{\oplus} = 98.0497907040$

Таблица 2: Океан-О (09039А), 30-10-2001, 01:10:49.056 ДМВ (данные КБЮ)

Исходные данные	Элементы орбиты		
	классические	с учетом $\dot{\Omega}$	с учетом $\dot{\Omega}$ и \dot{M}_0
$x = 6740.44940$, км	$a = 7041.44616$	$a = 7041.74284$	$a = 7050.56145$
$y = -2027.71557$, км	$e = 0.00129611522$	$e = 0.00121286593$	$e = 0.00201589718$
$z = 0.0$, км	$i = 97.9305870148$	$i = 97.9392894605$	$i = 97.9392514279$
$\dot{x} = -0.30811025$, км/с	$\Omega = 343.2572445903$	$\Omega = 343.2572445909$	$\Omega = 343.2572445909$
$\dot{y} = -0.99175217$, км/с	$\omega = 73.4882399730$	$\omega = 70.2057613367$	$\omega = 34.5187461728$
$\dot{z} = 7.45460555$, км/с	$T_{\oplus} = 98.0059684438$	$T_{\oplus} = 98.0121624043$	$T_{\oplus} = 98.1963359517$

Таблица 3: ИСЗ GENESIS-1 (06029А), 12-07-2006, 18:08:03.25 ДМВ (данные НЦУИКС)

Исходные данные	Элементы орбиты		
	классические	с учетом $\dot{\Omega}$	с учетом $\dot{\Omega}$ и \dot{M}_0
$x = -2490.6810$, км	$a = 6914.80158$	$a = 6918.33962$	$a = 6917.37380$
$y = 2176.9990$, км	$e = 0.00195615472$	$e = 0.00145418166$	$e = 0.00167979820$
$z = 6087.3710$, км	$i = 64.4986676983$	$i = 64.4970553985$	$i = 64.4970546085$
$\dot{x} = -6.506470$, км/с	$\Omega = 20.2207730894$	$\Omega = 20.2283766101$	$\Omega = 20.2283803364$
$\dot{y} = -3.067563$, км/с	$\omega = 293.1667326745$	$\omega = 296.6552155314$	$\omega = 305.4900692108$
$\dot{z} = -1.562200$, км/с	$T_{\oplus} = 95.3738498582$	$T_{\oplus} = 95.4470579160$	$T_{\oplus} = 95.4270717679$

ала $J_2 = 1082.636 \cdot 10^{-6}$. Как известно, для низкоорбитальных ИСЗ эти возмущения являются наибольшими, – они могут достигать нескольких градусов в сутки. Для вычисления этих возмущений использовались формулы, приводимые в (Дубошин, 1971):

$$\dot{\Omega} = -1.5 \cdot J_2 n \cdot \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 \cdot \frac{\cos i}{(1-e^2)^{1/2}}, \quad (5)$$

$$\dot{M}_0 = 0.75 \cdot J_2 n \cdot \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 \cdot \frac{3 \cos^2 i - 1}{(1-e^2)^{3/2}}, \quad (6)$$

$$\dot{\omega} = 0.75 \cdot J_2 n \cdot \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 \cdot \frac{4 - 5 \cos^2 i}{(1-e^2)^2}, \quad (7)$$

где n – среднее движение спутника.

Величины V_p и V_i , характеризующие влияние возмущений перигея и наклона орбиты, ввиду их малости не учитывались.

Результаты вычислений приведены в таблицах 1 – 3, где: a – большая полуось орбиты, км; e – эксцентриситет; i – наклон орбиты к экватору, гр.; Ω – прямое восхождение восходящего узла, гр.; ω – аргумент перигея, гр.; T_{\oplus} – звездный период, мин.

Из таблиц 1 и 2 видно, что для ИСЗ Сич-1 ($i \approx 82.5^\circ$) и Океан-О ($i \approx 98^\circ$), движения узлов, вызываемые второй зональной гармоникой гeопотенциала J_2 , приводят к увеличению больших полуосей

орбит этих ИСЗ примерно на 300 м, а суммарные возмущения узла $\dot{\Omega}$ и средней аномалии \dot{M}_0 – примерно на 9.1 км. Соответствующие этому изменения их периодов, составляют примерно 0.4 и 11.5 с.

Для ИСЗ GENESIS-1 ($i \approx 64.5^\circ$), таблица 3, возмущение узла $\dot{\Omega}$, вызываемое влиянием второй зональной гармоники гeопотенциала J_2 , увеличивает большую полуось орбиты этого ИСЗ примерно на 3.5 км, а суммарное возмущение $\dot{\Omega}$ и \dot{M}_0 – почти на 2.6 км. Соответствующие этому изменения периода его обращения равны примерно 4.5 и 3.2 с.

Изложенный алгоритм позволяет наглядно оценить влияние каждого из возмущений $\dot{\Omega}$, $\dot{\omega}$ и \dot{M}_0 на орбиту ИСЗ. Из приведенных примеров видно, что при учете возмущений $\dot{\Omega}$ и \dot{M}_0 уменьшается модуль наклона плоскости орбиты к экватору.

Данное дополнение также может применяться и при вычисления орбитальных элементов для естественных небесных тел, возмущения $\dot{\Omega}$, $\dot{\omega}$ и \dot{M}_0 для которых можно вычислить.

Литература

Справочное руководство по небесной механике и астродинамике /Под ред. Г.Н.Дубошина, М.: Наука, 1971, 584 с.